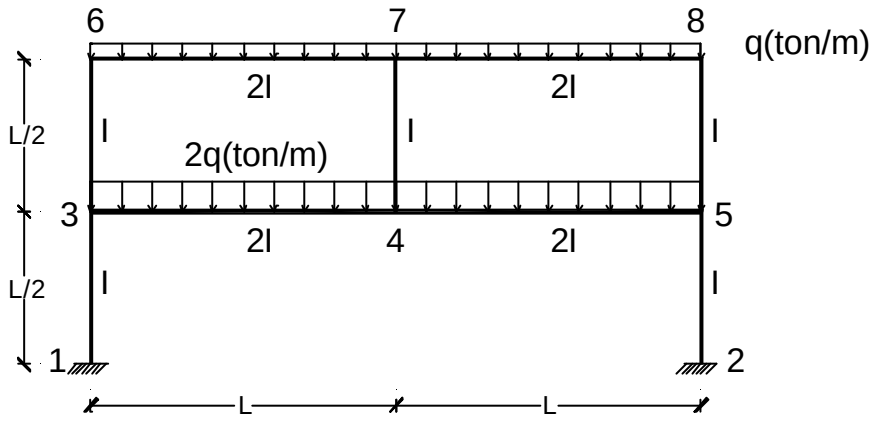
EJERCICIO Nº 5 - G7

Para la estructura que se muestra, y sin tener en cuenta las deformaciones debidas a los esfuerzos cortante y axil, se pide :

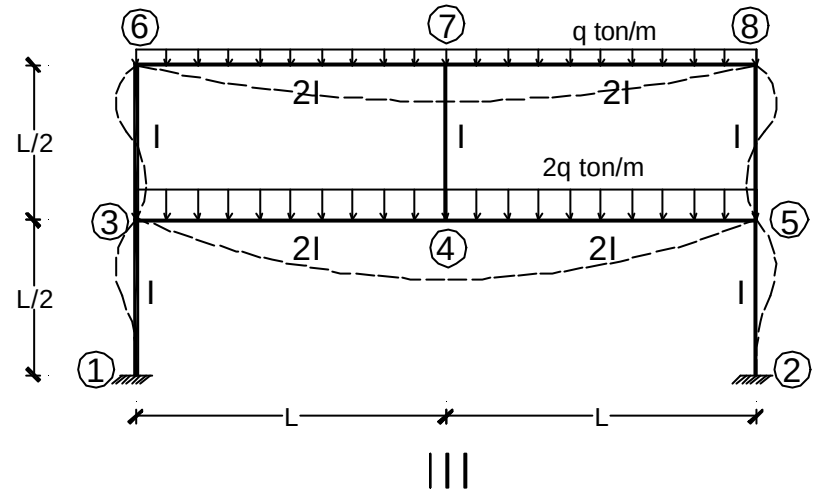
a) Dibujar la deformada aproximada de todo el pórtico.
b) Desplazamiento vertical de los nudos **4** y **7**, y giros de los nudos **5** y **8**; indicándose magnitud y sentido de c/u de ellos.



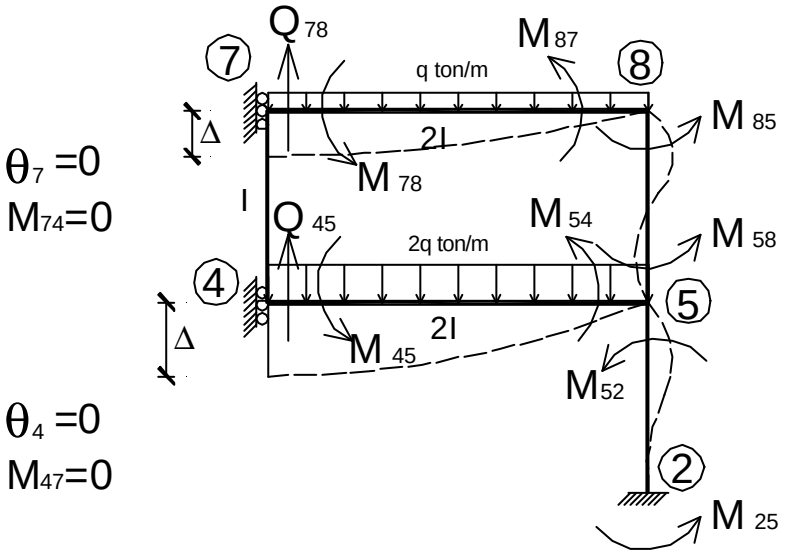
E = Constante

SOLUCION

a) Deformada aproximada:



b) Por simetría:



Incógnitas cinemáticas = Δ , θ_5 , θ_8

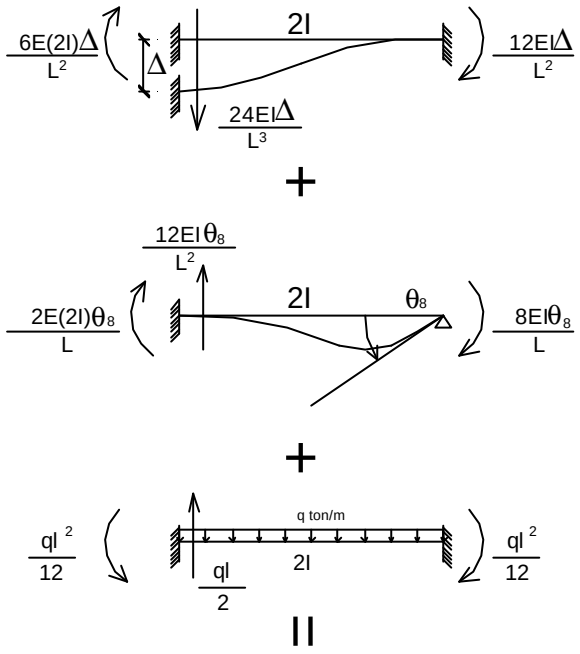
Ecuaciones de Compatibilidad:

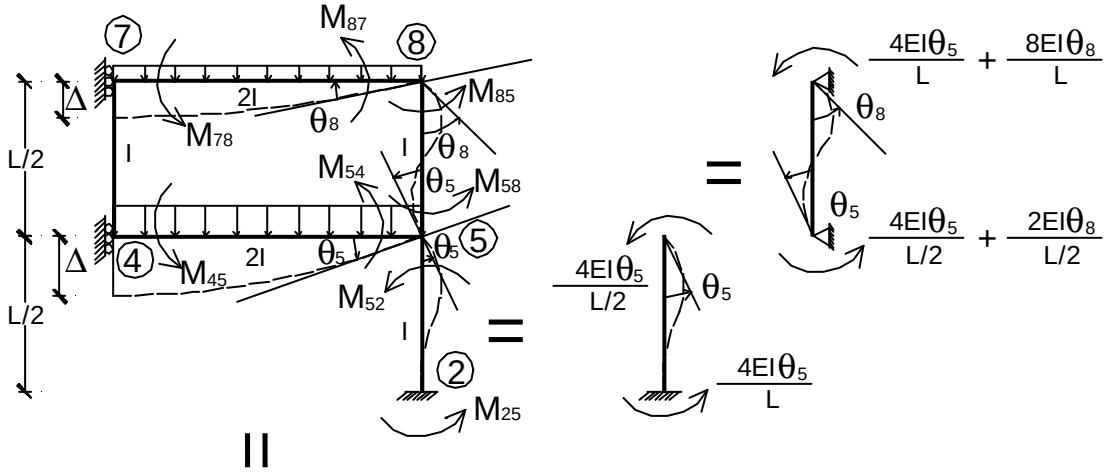
$\Sigma M_8 = 0 \quad => \quad M_{87} + M_{85} = 0 \qquad (1)$

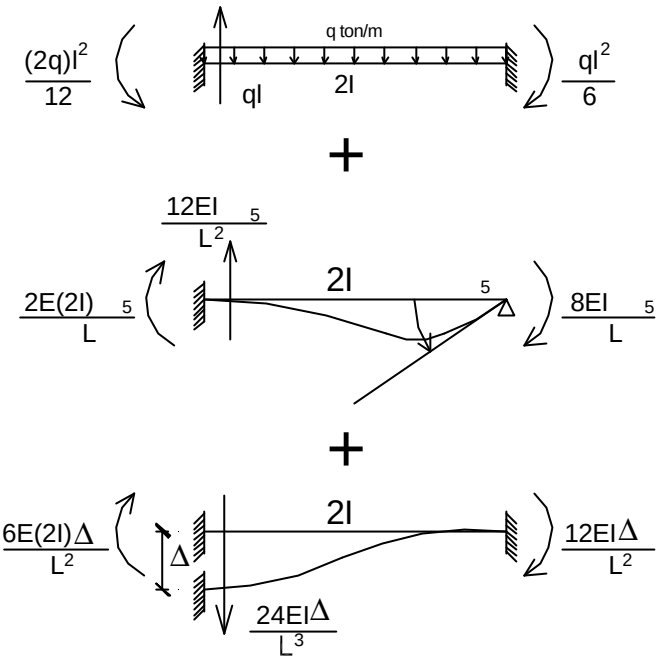
$\Sigma M_5 = 0 \quad => \quad M_{54} + M_{58} + M_{52} = 0 \qquad (2)$

$Q_{78} + Q_{45} = -N_{74} - N_{47} = 0 \qquad (3)$

Si se aplica el método de rigidez, se tiene:







1era Ecuación: $M_{87} + M_{85} = 0$

$$-\frac{ql^2}{12}+\frac{8EI\boldsymbol{q}_8}{L}-\frac{12EI\Delta}{L^2}+\frac{4EI\boldsymbol{q}_5}{L}+\frac{8EI\boldsymbol{q}_8}{L}=0$$

$$\frac{4EI\boldsymbol{q}_5}{L}+\frac{16EI\boldsymbol{q}_8}{L}-\frac{12EI\Delta}{L^2}=\frac{ql^2}{12}$$

$$\boxed{\frac{4EI\boldsymbol{q}_5}{L}+\frac{4EI\boldsymbol{q}_8}{L}-\frac{3EI\Delta}{L^2}=\frac{ql^2}{48}} \qquad (4)$$

2da. Ecuación: $M_{54} + M_{58} + M_{52} = 0$

$$-\frac{ql^2}{6}+\frac{8EI\boldsymbol{q}_5}{L}-\frac{12EI\Delta}{L^2}+\frac{8EI\boldsymbol{q}_5}{L}+\frac{4EI\boldsymbol{q}_8}{L}+\frac{8EI\boldsymbol{q}_5}{L}=0$$

$$\frac{24EI\boldsymbol{q}_5}{L}+\frac{4EI\boldsymbol{q}_8}{L}-\frac{12EI\Delta}{L^2}=\frac{ql^2}{6}$$

$$\boxed{\frac{6EI\boldsymbol{q}_5}{L}+\frac{EI\boldsymbol{q}_8}{L}-\frac{3EI\Delta}{L^2}=\frac{ql^2}{24}} \qquad (5)$$

3era. Ecuación: $Q_{78} + Q_{45} = 0$

$$\frac{ql}{2}+\frac{12EI\boldsymbol{q}_8}{L^2}-\frac{24EI\Delta}{L^3}+ql+\frac{12EI\boldsymbol{q}_5}{L^2}-\frac{24EI\Delta}{L^3}=0$$

$$\frac{12EI\boldsymbol{q}_5}{L^2}+\frac{12EI\boldsymbol{q}_8}{L^2}-\frac{48EI\Delta}{L^3}=-\frac{3}{2}ql$$

$$\boxed{\frac{EI\boldsymbol{q}_5}{L}+\frac{EI\boldsymbol{q}_8}{L}-\frac{4EI\Delta}{L^2}=\frac{ql^2}{8}} \qquad (6)$$

Si reemplazamos $\frac{EI}{L}$ por K, se tiene:

$$\boldsymbol{q}_5+4\boldsymbol{q}_8-\frac{3\Delta}{L}=\frac{ql^2}{48K}$$

$$6\boldsymbol{q}_5+\boldsymbol{q}_8-\frac{3\Delta}{L}=\frac{ql^2}{24K}$$

$$\boldsymbol{q}_5+\boldsymbol{q}_8-\frac{4\Delta}{L}=-\frac{ql^2}{8K}$$

$$\boldsymbol{q}_5=\frac{\frac{qL^2}{48K}\times\frac{1}{L}\begin{vmatrix}1&4&-3\\2&1&-3\\-6&1&-4\end{vmatrix}}{\frac{1}{L}\begin{vmatrix}1&4&-3\\6&1&-3\\1&1&-4\end{vmatrix}}=\frac{ql^2}{48K}\times\frac{(-4+3)1+(18+8)4+(2+6)(-3)}{(-4+3)1+(-3+24)4+(-1)(-3)}=\frac{ql^2}{48K}\times\frac{79}{68}$$

$$\boxed{\boldsymbol{q}_5=\frac{79qL^3}{48\times68EI}}$$

$$\theta_8 = \frac{ql^2\begin{vmatrix}1 & 1 & -3\\ 6 & 2 & -3\\ 1 & -6 & -4\end{vmatrix}}{48K \times 68} = \frac{ql^2}{48\times 68K}\left[(-8-18)1+(-3+24)1+(-36-2)(-3)\right]$$

$$\boxed{\theta_8 = \frac{109qL^3}{48\times 68EI}}$$

$$\Delta = \frac{\frac{ql^2}{48K}\begin{vmatrix}1 & 4 & 1\\ 6 & 1 & 2\\ 1 & 1 & -6\end{vmatrix}}{\frac{1}{L}} = \frac{ql^3}{48\times 68K}\left[(-6-2)1+(2+36)4+(6-1)1\right]$$

$$\boxed{\Delta = \frac{149qL^4}{48\times 68EI}}$$