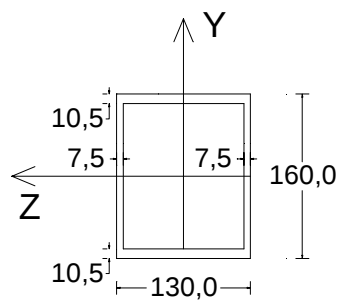
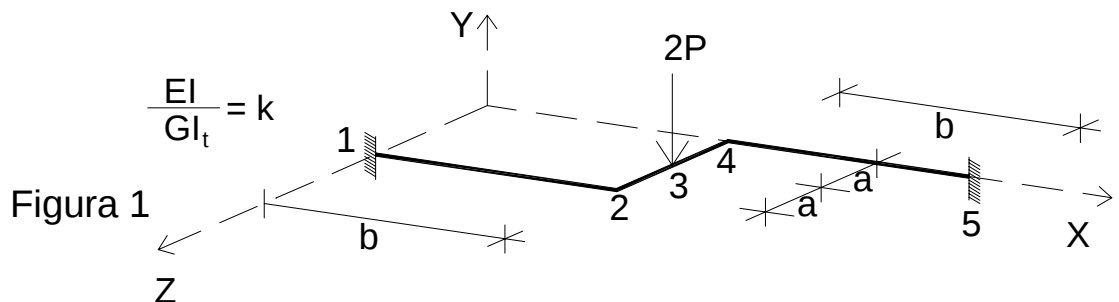


EJERCICIO N° 9 – G6

1. La estructura de la **figura 1**, ubicada en el plano **XZ**, se halla perfectamente empotrada en sus extremos y está sometida, en su punto **3**, a una carga vertical de **2P Mp** (en la dirección **Y**). Si se adopta que la relación entre las rigideces a flexión (**EI**) y a torsión (**GI_t**) –de su sección transversal– es igual a **k**, se pide:
 - 1.1. Dibujar a estima, para la carga indicada, la deformada de la estructura.
 - 1.2. Calcular las reacciones en los apoyos, en función de: **P**, **a**, **b**, y **k**.
2. Si **a = 0,5m**, **b = 3m**, y si se elige como sección transversal de la estructura la definida en la **figura 2**, para la cual **k = 2,28**, se pide:
 - 2.1. Dibujar los diagramas de esfuerzos: cortante, momento flector y momento torsor; convenientemente acotados (en función de **P**).
 - 2.2. Si se adopta, además, que **P=2 Mp**, dibujar los diagramas de tensiones: normal y tangencial en la sección del nudo **1** de la estructura.

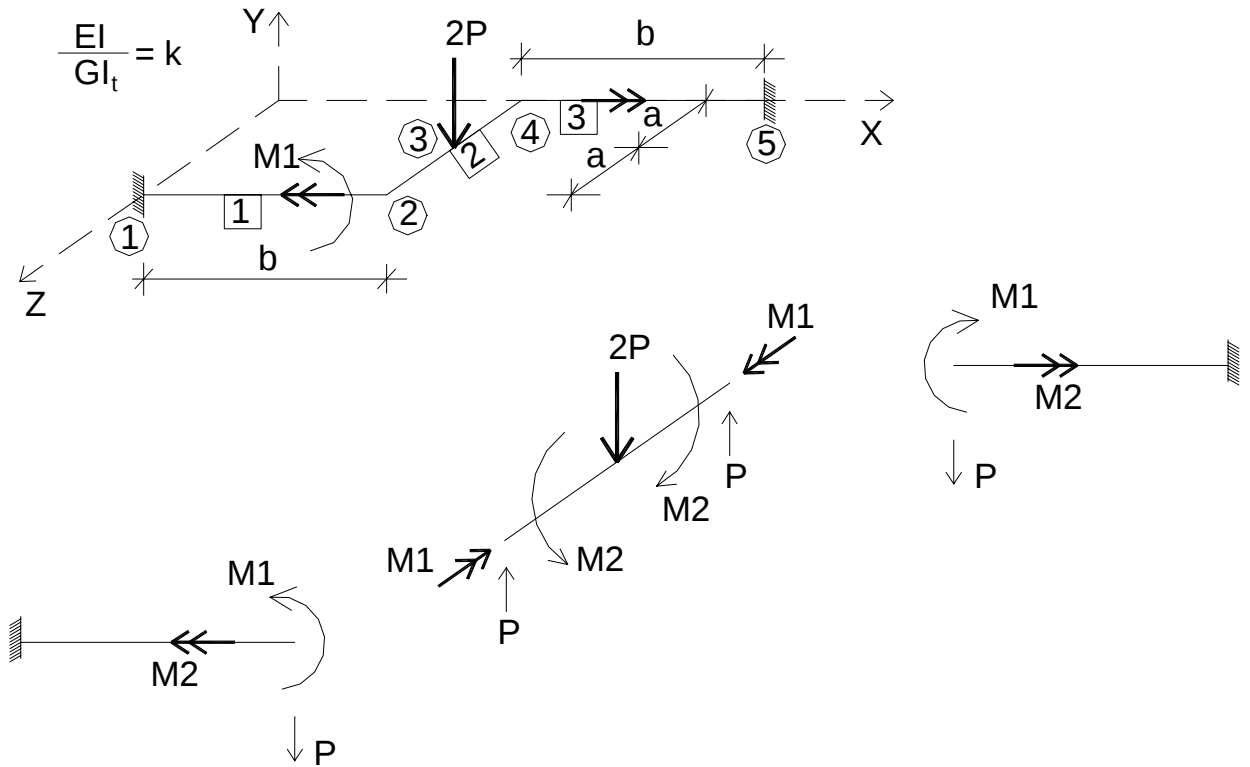


$$\begin{aligned}
 I_z &= 1863,62 \text{ cm}^4 \\
 I_t &= 2122,8 \text{ cm}^4 \\
 E &= 2,1 \times 10^4 \text{ Kp/cm}^2 \\
 \nu &= 0,3
 \end{aligned}$$

Figura 2. Sección Transversal
(cotas en mm)

* Se desprecia las deformaciones por axil y cortante.

SOLUCION



En el punto 2:

Giro de flexión de la barra 1 = Giro de torsión barra 2

$$\theta_1 = \varphi_2$$

$$\theta_2 = \frac{Pb^2}{2EI} - \frac{M_1 \times b}{EI} \quad \Rightarrow \quad \frac{Pb^2}{2EI} - \frac{M_1 b}{EI} = \frac{M_1 \times a}{GI_t}$$

$$\varphi_2 = \frac{M_1 \times a}{GI_t} \quad \frac{Pb^2}{2} - M_1 \times b = M_1 \times a \times K$$

$$M_1(b + aK) = \frac{Pb^2}{2}$$

$$M_1 = \frac{Pb^2}{2(b + aK)}$$

En el punto 2:

Giro de flexión barra 2 = Giro de torsión barra 1

$$\theta_2 = \frac{(2P)(2a)^2}{16EI} - \frac{M_2(2a)}{EI} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) = \frac{Pa^2}{2EI} - \frac{M_2a}{EI}$$

$$\phi_1 = \frac{M_2 \times b}{GI_t}$$

$$\frac{M_2a}{EI} + \frac{M_2 \times b}{GI_t} = \frac{Pa^2}{2EI}$$

$$M_2(a + bk) = \frac{Pa^2}{2}$$

$$M_2 = \frac{Pa^2}{2(a + bk)}$$

∴ Las reacciones en 1 = 5

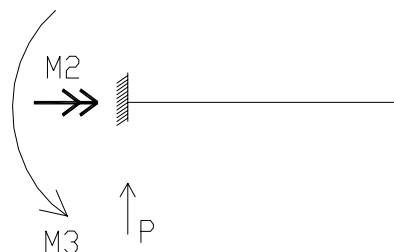
$$\sum M_1 = 0$$

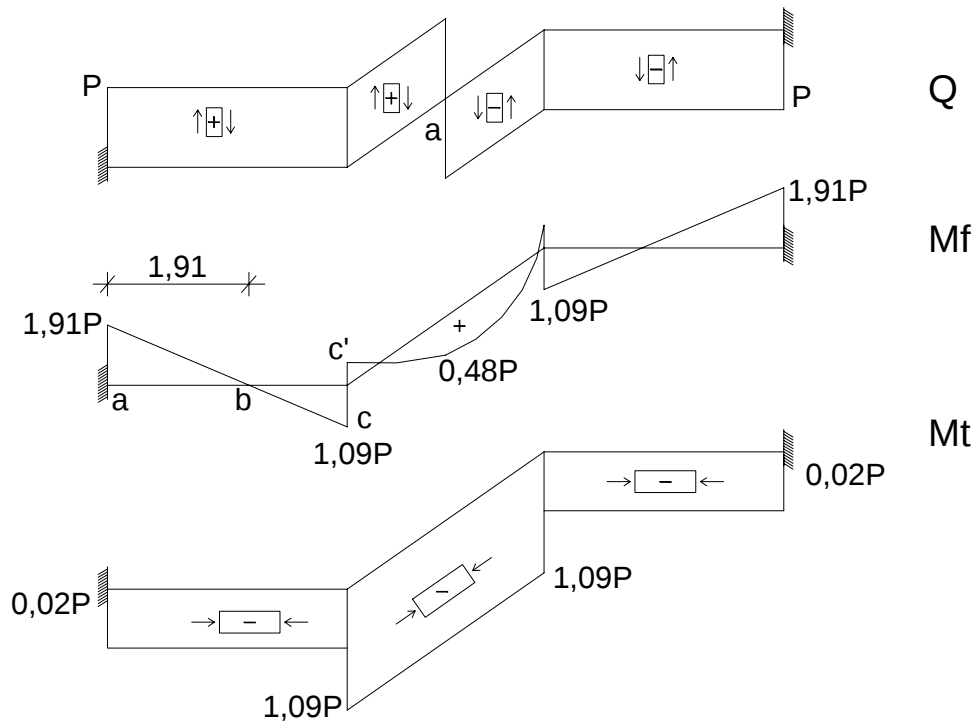
$$M_3 = Pb - M_1$$

$$M_3 = Pb - \frac{Pb^2}{2(b + aK)}$$

$$M_3 = \frac{2Pb^2 + 2PabK - Pb^2}{2(b + aK)}$$

$$M_3 = \frac{Pb(b + 2aK)}{2(b + ak)}$$





$$M_3 = \frac{P \times 3(3 + 2 \times 0.5 \times 2.28)}{2(3 + 0.5 \times 2.28)} \Rightarrow M_3 = 1.91P$$

$$-1.91P + Px = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1.91 \text{ m}}$$

$$M_1 = \frac{P(9)}{2(3 + 0.5 \times 2.28)} \Rightarrow \boxed{M_1 = 1.09P}$$

Comprobación:

$$M_c = 0 + (3 - 1.91)P \Rightarrow \boxed{M_c = 1.09P} \quad \text{OK}$$

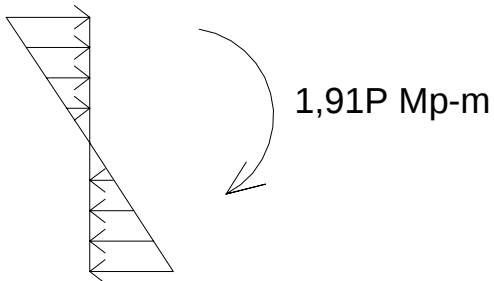
$$M_2 = \frac{Pa^2}{2(a + bk)} = \frac{P(0.25)}{2(0.5 + 3 \times 2.28)} \Rightarrow \boxed{M_2 = 0.02P}$$

$$M_d = -0.02P + P(0.5) = 0.48P$$

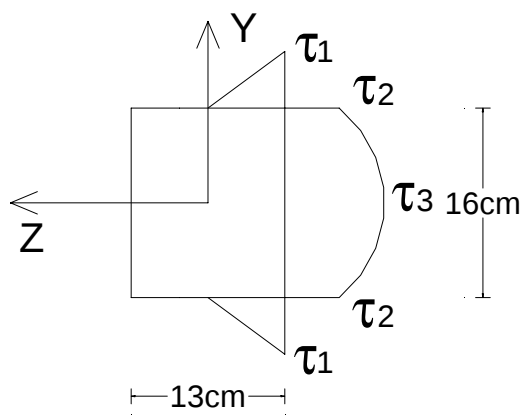
2.2

Diagramas en el punto

1



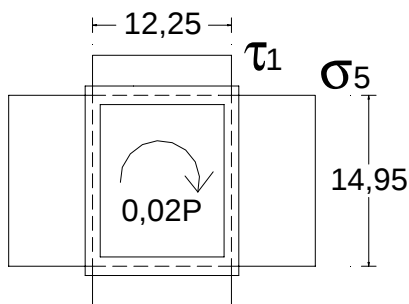
$$\sigma = \frac{1,91 \times 2 \times 10^5 \times 8}{1863,62} \Rightarrow \sigma = 1639,8 \text{ Kp/cm}^2$$



$$\tau_1 = \frac{2 \times 10^3 (6,5 \times 1,05) 8}{1863,62 \times 1,05} = 55,8 \text{ Kp/cm}^2$$

$$\tau_1 \times e_1 = \tau_2 \times e_2 \Rightarrow \tau_2 = \frac{55,8 \times 1,05}{0,75} = 78,12 \text{ Kp/cm}^2$$

$$\tau_y = \frac{2 \times 10^3 \left[6,5 \times 1,05 \times 8 + (8 - y) 0,75 \times \frac{1}{2} (8 + y) \right]}{1863,62 \times 0,75}$$



$$\tau_{y=8} = 78,12 \text{ OK}$$

$$\tau_{Y=0} = 112,47 \text{ Kp/cm}^2 = \tau_3$$

$$A = 12,25 \times 14,95 = 183,14 \text{ cm}^2$$

$$\tau_4 = \frac{Mt}{2eA} = \frac{0,02 \times 2 \times 10^5}{2 \times 1,05 \times 183,14} = 10,4 \text{ Kp/cm}^2$$

$$\tau_5 = 14,56 \text{ Kp/cm}^2$$