

EJERCICIO N° 8 - G6

1.- Para la estructura sometida al sistema de cargas de la figura adyacente, se pide:

1.1 Desplazamiento vertical, δ_y , del nudo rígido número 3.

1.2 El giro en la dirección x, θ_x , que experimenta la barra 1-5 en el nudo 3.

ESPECIFICACIONES:

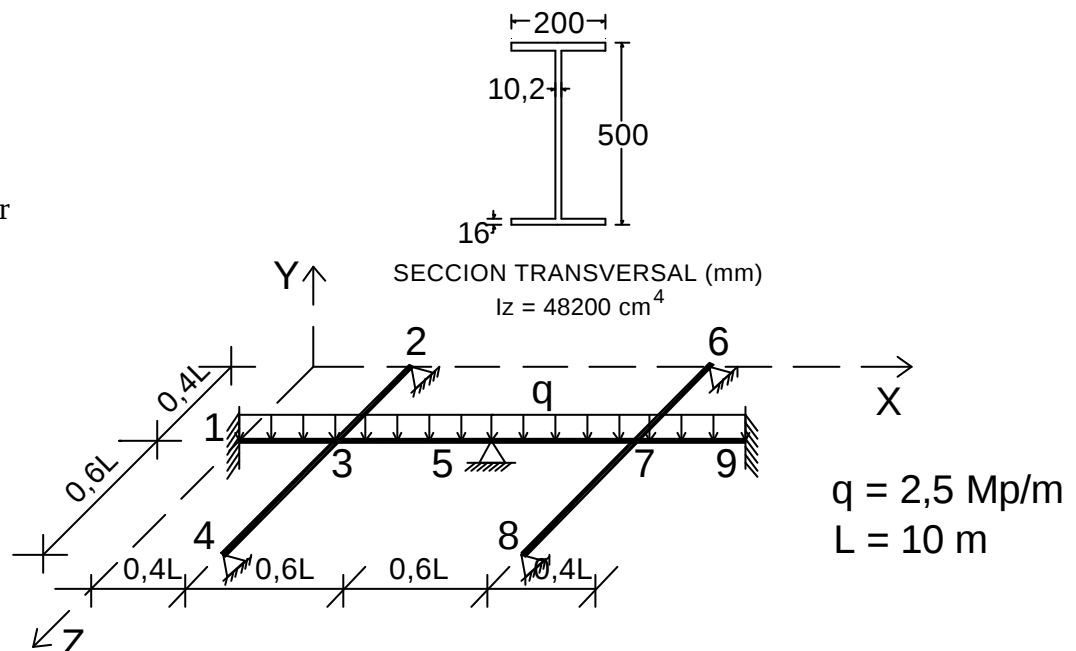
- Los nudos 1 y 9 tienen impedidos sus desplazamientos y giros ($\delta_x = \delta_y = \delta_z = 0$, $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$)
- Los nudos 2,4,5,6 y 8, tienen impedidos solo sus desplazamientos ($\delta_x = \delta_y = \delta_z = 0$)
- El material de las vigas, longitudinal y transversal, es acero ($E=2,1 \times 10^6$ Kp/cm², $G=E/2,6$).
- Para el módulo de torsión I_t , se puede descomponer a la sección transversal en 3 rectángulos; por lo que:

$$I_t = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 b_i \times (e_i)^3$$

Donde:

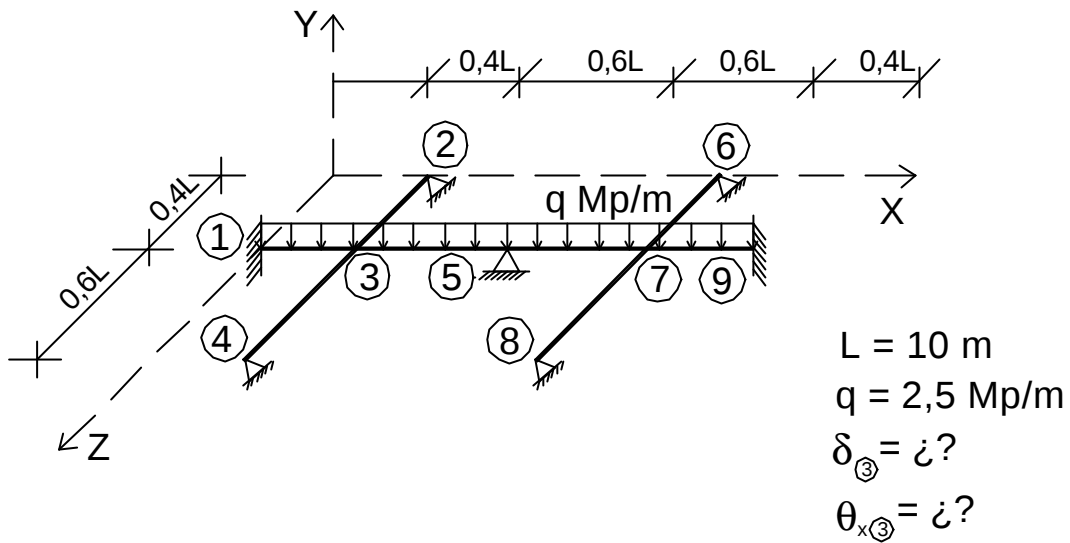
b = Lado mayor

e = lado menor

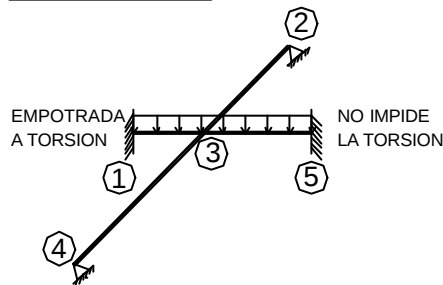


NOTA: Está permitido el uso de Tablas para evaluar los movimientos, flechas y giros, en cualquier punto de las sub-estructuras que se obtienen en el análisis.

SOLUCION

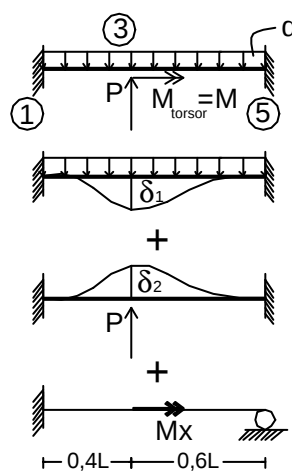


POR SIMETRIA

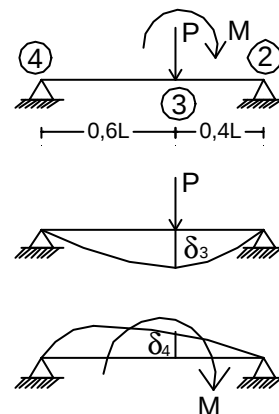


DIAGRAMAS DE COMPATIBILIDAD

VIGA LONGITUDINAL



VIGA TRANSVERSAL



COMPATIBILIDAD DE FLECHAS EN EL NUDO 3

$$\left[\delta_{\text{viga longitudinal}} = \delta_{\text{viga transversal}} \right]$$

- Cálculo de flechas mediante tablas:

$$d_1 = \frac{ql^4}{24EI} (0,4 - 0,16)^2$$

$$d_2 = \frac{P(0,4l)^3 (0,6l)^2}{3EI l^3}$$

$$d_1 = 0,0576 \frac{ql^4}{24EI}$$



$$d_2 = \frac{0,0138Pl^3}{3EI}$$



$$d_3 = \frac{Pl \times 0,4l \times 0,6l}{6EI} (1 - 0,16 - 0,36)$$

$$d_4 = \frac{ML \times 0,6l}{6EI} (1 - 3 \times 0,16 - 0,36)$$

$$d_3 = \frac{0,1152Pl^3}{6EI}$$



$$d_4 = \frac{0,096Ml^2}{6EI}$$



- Ecuación de Compatibilidad:

$$-\frac{0,0576}{24} \frac{ql^4}{EI} + \frac{0,0138}{3} \frac{Pl^3}{EI} = -\frac{0,1152}{6} \frac{Pl^3}{EI} + \frac{0,096}{6} \frac{M \times l^2}{EI}$$

$$7,2 \times 10^{-3} ql^2 = 0,0714Pl - 0,048M \quad (1)$$

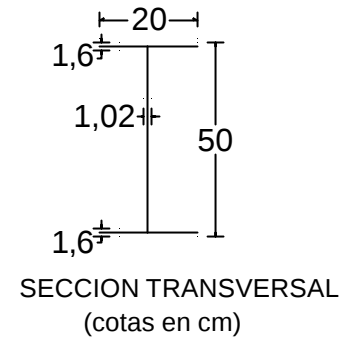
COMPATIBILIDAD DE GIROS EN EL NUDO 3

$$\left[\text{Giro de Torsión en la viga longitudinal} = \text{Giro de flexión en la viga transversal} \right]$$

$$- \text{ Giro de Torsión } (j) = \frac{M \times (0,4l)}{GI_t} = \frac{M \times (0,4l) \times 2,6}{EI_t}$$

$$j = \frac{1,04M \times l}{EI_t}$$

$$I_t = \sum \frac{1}{3} b_i \times e_i^3 = \frac{1}{3} [2 \times 20(1,6)^3 + 46,8(1,02)^3] = 71,1682 \text{ cm}^4$$



- Giro de flexión (Por tablas):

$$q_p = \frac{P \times 0,6l \times 0,4l}{3EI} (0,4l - 0,6l)$$

$$q_M = \frac{M}{3EI^2} (0,6^3 + 0,4^3) l^3$$

$$q_p = \frac{0,048Pl^2}{3EI}$$

$$q_M = \frac{0,28Ml}{3EI}$$

Ecuación de Compatibilidad:

$$\frac{1,04ML}{EI_t} = \frac{0,048Pl^2}{3EI} - \frac{0,28Ml}{3EI}$$

$$\frac{1,04M}{I_t} = \frac{0,048Pl}{3I} - \frac{0,28M}{3E} \quad (2)$$

reemplazando $I_t = 71' 1682 \text{ cm}^4$, $I = 48200 \text{ cm}^4$, se tiene:

$$P = 44028,3 \frac{M}{L} \quad (2')$$

Reemplazando (2') en (1), se tiene:

$$\begin{aligned} M &= 2,29 \times 10^{-6} ql^2 \\ P &= 0,1 ql \end{aligned}$$

$\therefore$

$$j = \frac{1,04 \times 2,29 \times 10^{-6} ql^2 \times l}{EI_t} = \frac{1,04 \times 2,29 \times 10^{-6} \times 25(1000)^3}{2,1 \times 10^6 \times 71,682} = 3,95 \times 10^{-4}$$

$$d_3 = 0,0576 \frac{ql^4}{24EI} - \frac{0,0138Pl^3}{3EI} = \frac{l^4}{EI} \left[\frac{0,0576 \times 25}{24} - \frac{0,0138 \times 0,1 \times 25}{3} \right] = 4,8 \text{ mm.}$$