

EJERCICIO N° 6 - G6

La viga continua de la **figura 1** está sometida a las cargas uniformemente distribuidas, por unidad de longitud, que se indican en la **figura 2**; la primera de ellas, **V**, actúa en el plano del alma de la viga y la segunda, **I**, en un plano que pasando por la directriz de la viga forma un ángulo $\alpha = 16,7^\circ$ con el plano anterior. Si no se tienen en cuenta las tensiones tangenciales, calcular el perfil **IPE** de menor sección (véase página siguiente) que cumpla con : $s \leq 2600 \text{ Kg/cm}^2$. Los apoyos de la viga continua tienen impedidos sus desplazamientos en la dirección de los tres ejes principales, es decir $u_x = u_y = u_z = 0$.

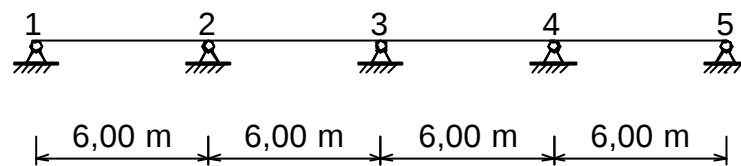


Figura 1. Viga Continua

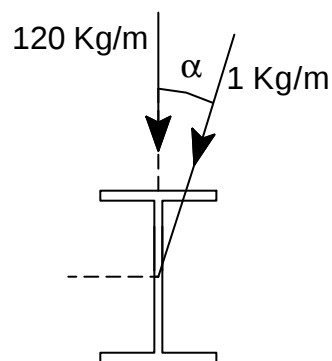
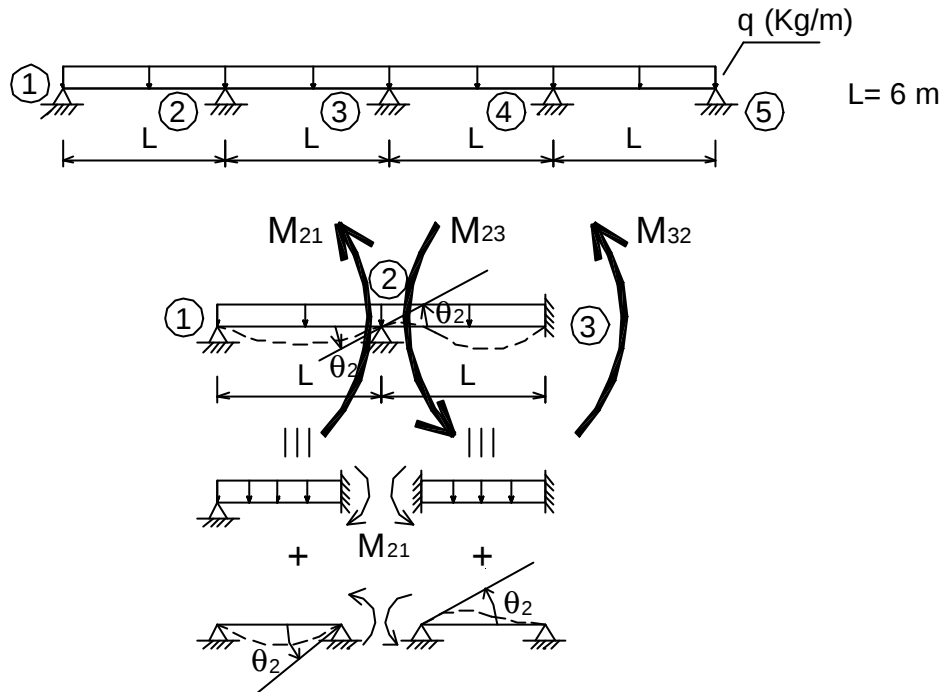


Figura 2. Sección Transversal

SOLUCION



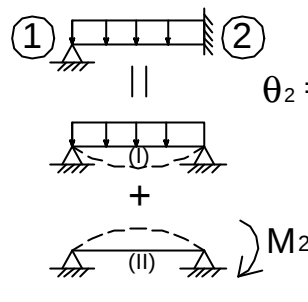
Método de Rigidez:

Incógn. Cinemát. = θ_2

Ecuac. De compat. = $\sum M_2 = M_{21} + M_{23} = 0$ (1)

Convenio de signos = M_f^+ y θ^+

Cálculo de M_{21}



$$\theta_2 = \theta^I + \theta^{II} = \frac{ql^4}{24EI} - \frac{M_{21}L}{3EI} = 0$$

$$M_{21} = \frac{ql^2}{8} \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (2) y resolviendo (1), se tiene:

$$\frac{-ql^2}{8} + \frac{3EIq_2}{L} + \frac{ql^2}{12} + \frac{4EIq_2}{2} = 0$$

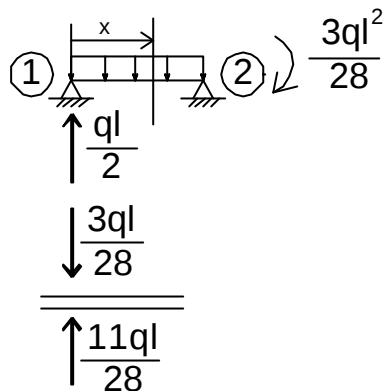
$$q_2 = \frac{ql^3}{168EI}$$

$$\therefore M_{21} = -\frac{ql^2}{8} + \frac{3EI}{L} \left(\frac{ql^3}{168EI} \right) \quad \Rightarrow \quad M_{21} = -\frac{3ql^2}{28}$$

$$M_{23} = -M_{21} = \frac{3ql^2}{28} = 0,107ql^2$$

$$M_{32} = -\frac{ql^2}{12} + \frac{2EIq_2}{L} \quad \Rightarrow \quad M_{32} = -\frac{ql^2}{14} = -0,071ql^2$$

Momento máximo en tramo 1-2 :



$$M = \frac{11ql}{28}x - \frac{qx^2}{2}$$

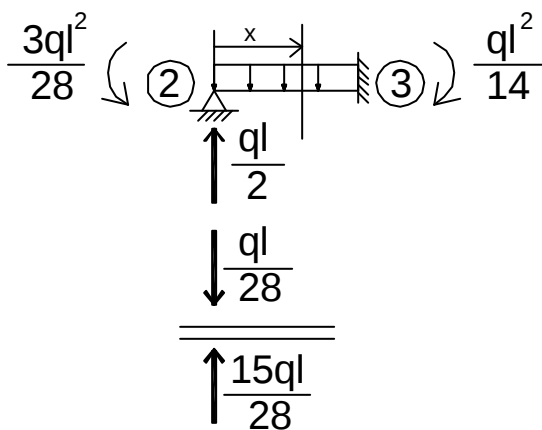
$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{11ql}{28} - qx = 0$$

$$x = \frac{11l}{28}$$

$$M_{\left(\frac{11l}{28}\right)} = \frac{11ql}{28} \left(\frac{11l}{28} \right) - \frac{q}{2} \left(\frac{11l}{28} \right)^2$$

$$M_{\left(\frac{11l}{28}\right)} = \frac{1}{2}ql^2 \left(\frac{11}{28} \right)^2 = 0,077ql^2$$

Momento máximo en tramo 2 – 3:



$$M = \frac{15ql}{28}x - \frac{3ql^2}{28} - \frac{qx^2}{2}$$

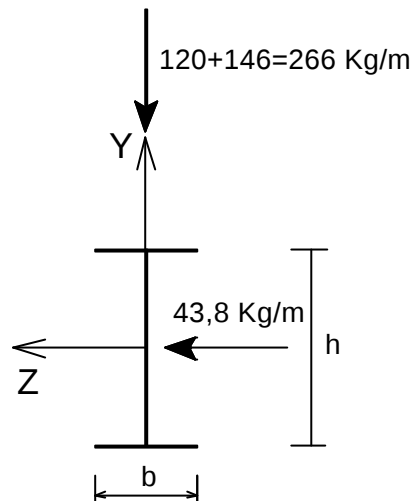
$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{15ql}{28} - qx = 0$$

$$x = \frac{15l}{28}$$

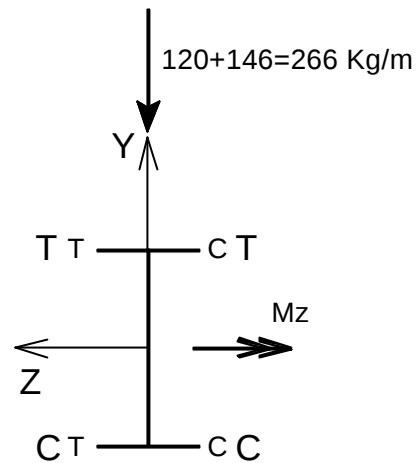
$$M = \frac{15ql}{28} \left(\frac{15l}{28} \right) - \frac{3ql^2}{28} - \frac{q}{2} \left(\frac{15l}{28} \right)^2 = 0,036ql^2$$

$$\therefore M_{\max} = M_f^2 = 0,107ql^2$$

ACCIONES:



SOLICITACIONES (M_z, M_y):



$$s = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} \leq 2600 \text{ Kg/cm}^2$$

$$M_{z\max} = 0,107 \times 266 \text{ kg/m} \times 36 \text{ m}^2 = 1,02 \text{ ton-m}$$

$$M_{y\max} = 0,107 \times 43,8 \text{ Kg/m} \times 36 \text{ m}^2 = 0,17 \text{ ton-m}$$

Si solo actuase $M_{z\max}$, como primer tanteo, se necesitaría:

$$W = \frac{M}{s} = \frac{1,02 \times 10^5}{2600} = 39,23 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 120}$$

Comprobación para las dos solicitaciones (M_z, M_y):

$$s = \frac{1,02 \times 10^5}{53} + \frac{0,17 \times 10^5}{8,65} = 3889,85 > 2600$$

Adoptando IPE 140

$$s = \frac{1,02 \times 10^5}{77,3} + \frac{0,17 \times 10^5}{12,3} = 2701,65 > 2600$$

Adoptando IPE 160

$$s = \frac{1,02 \times 10^5}{109} + \frac{0,17 \times 10^5}{16,7} = 1953,74 < 2600 \quad \Rightarrow \quad \text{Solución IPE 160}$$