

EJERCICIO N° 7 – G4

El mástil de la figura 1, de sección tubular variable, corresponde a una de las farolas de la avenida de los Castros. Si se adopta como sección crítica la designada como Sección 1-1 (véase figura 2), se pide:

- Diagramas de tensiones normales y tangenciales en la sección crítica adoptada, convenientemente acotados e indicando el sentido de las mismas.
- Carga máxima de viento, q (kp/m), que puede soportar el mástil sabiendo que las tensiones en la Sección I-I no deben sobrepasar los valores de:

$$\tau_{\max} = 1500 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{\max} = 2600 \text{ kg/cm}^2$$

- Equivalencia adoptable para el cálculo de tensiones tangenciales (τ) debido a momento torsor

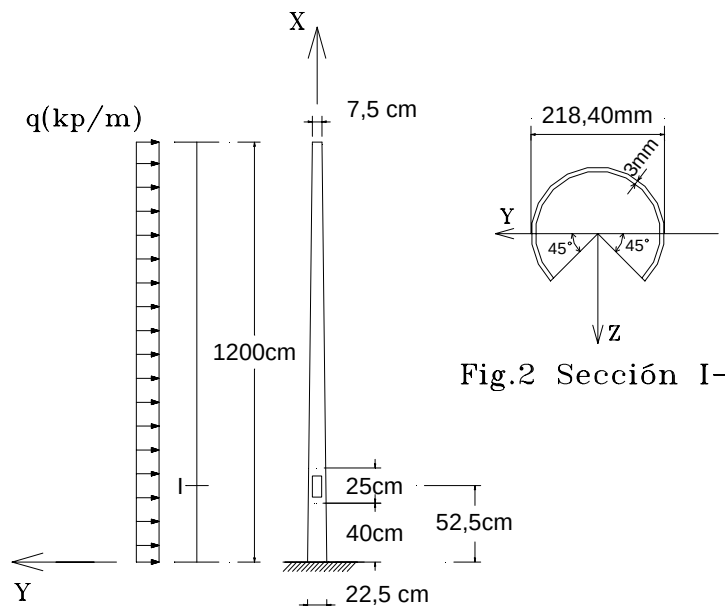
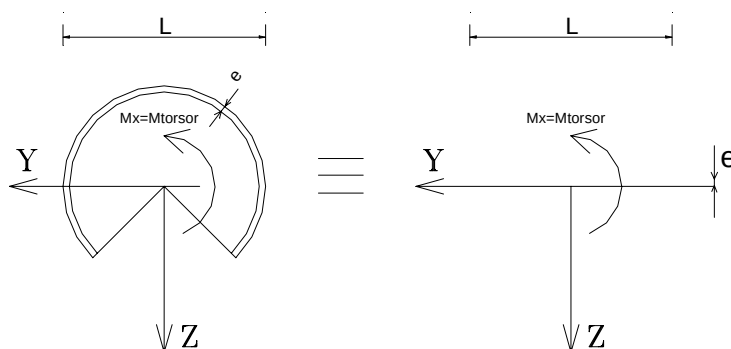


Fig.1 Mástil



$$W_t = \frac{1}{3} L e^2$$

donde:

W_t = módulo resistente a torsión

L = lado mayor

e = lado menor

SOLUCION

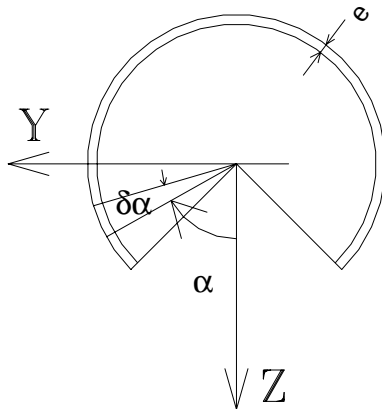
a) q en kg/m

Radio exterior de la sección = $R_e = 10,92$ cm.

Radio medio de la sección = $R = 10,77$ cm.

$$\sigma = \frac{M_z \times 10,92}{I_z} \quad (1)$$

- Cálculo de I_z :



$$\begin{aligned} dI_z &= eR d\alpha (R \sin \alpha)^2 \\ I_z &= 2eR^3 \int_{\pi/4}^{\pi} \sin^2 \alpha d\alpha \\ I_z &= \frac{2eR^3}{2} [\alpha - \sin \alpha \cos \alpha]_{\pi/4}^{\pi} \\ I_z &= eR^3 \left[\frac{3\pi}{4} + \frac{1}{2} \right] \\ I_z &= 2,86eR^3 \\ \boxed{I_z = 1117,25 \text{ cm}^4} \quad (2) \end{aligned}$$

$$M_z = \frac{q(11,475m)^2}{2} \Rightarrow M_z = 65,84q \quad (3)$$

donde: q en Kg/m
 M_z en Kg-m

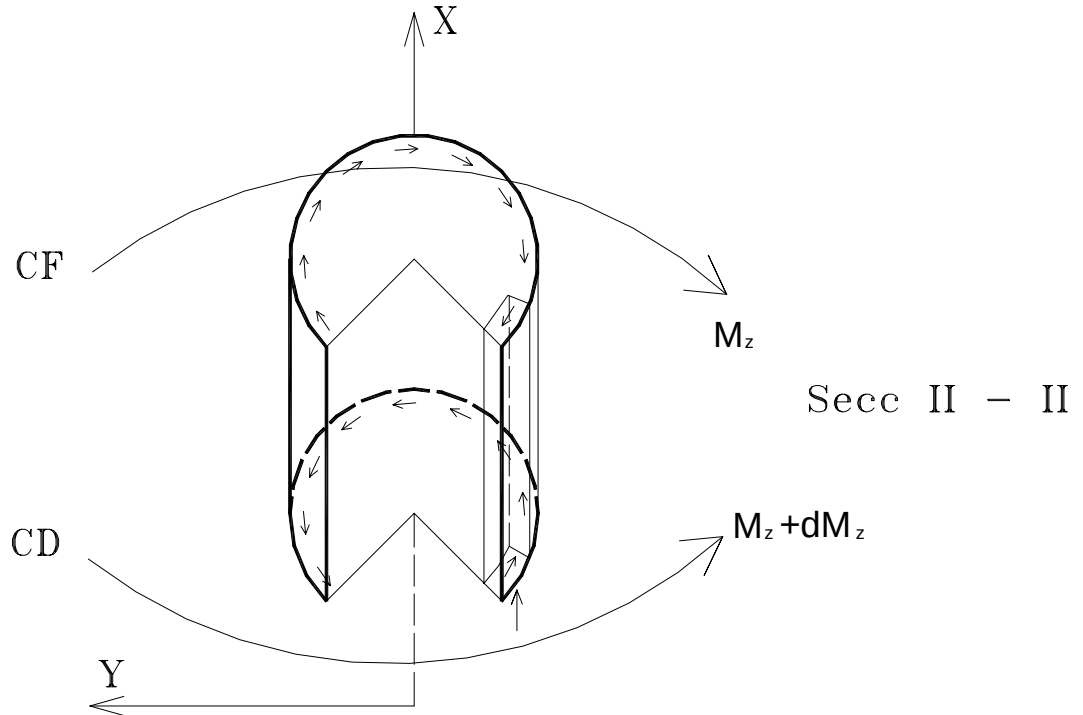
Reemplazando (2) y (3) en (1)

$$\sigma_{\max} = \frac{65,84q \times 10^2 \times 10,92}{2,86(0,3)(10,77)^3}$$

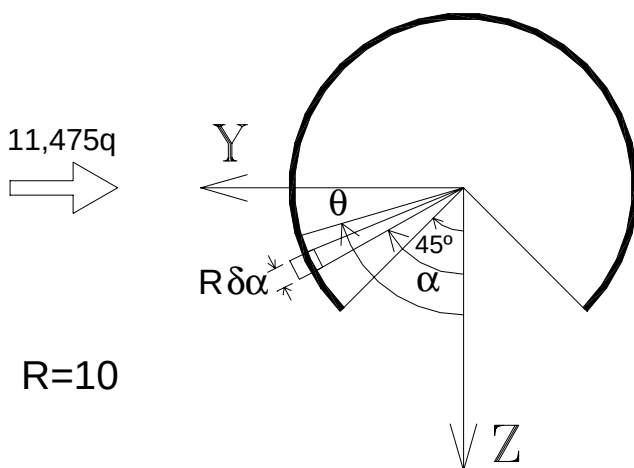
$$\sigma_{\max} = 67,08q$$

donde: q en Kg/m
 M_z en Kg-m

- Sentido de las Tensiones tangenciales:



- Cálculo de las tensiones tangenciales:



$$\tau = \frac{Q_y m_z}{I_z * e}$$

$$dm_z = eRd\alpha(R\sin\alpha)$$

$$m_z = eR^2 \int_{45}^{\theta} \sin\alpha * d\alpha$$

$$m_z = eR^2 [-\cos\alpha]_{45}^{\theta}$$

$$m_z = eR^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos\theta \right)$$

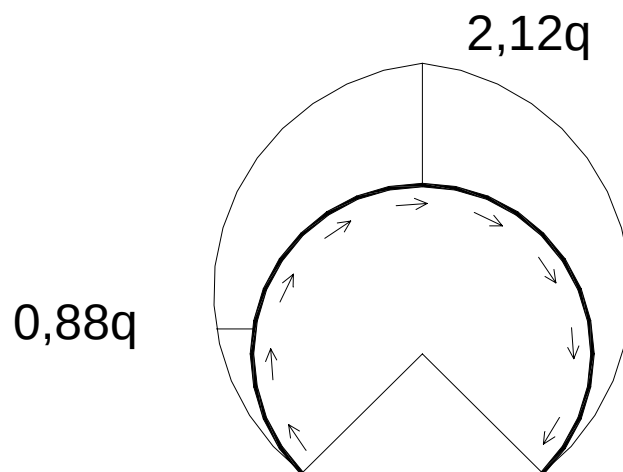
$$\tau = \frac{(11,475m)q \times eR^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos\theta\right)}{2,86eR^3e} = \frac{(11,475m)q \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos\theta\right)}{2,86 \times (10,77cm) \times 0,3cm}$$

$$\tau = 1,24q \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos\theta\right)$$

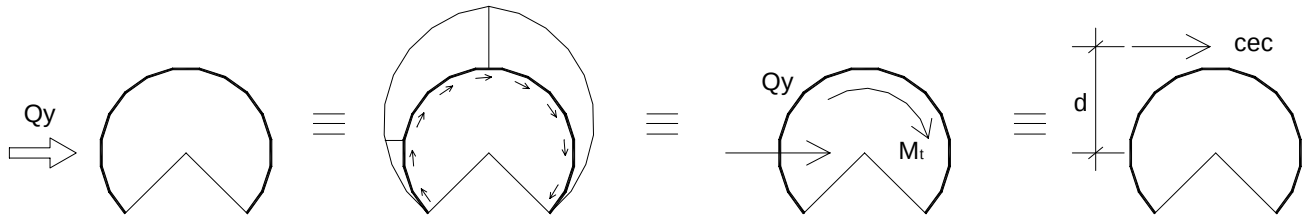
donde: $q = \text{kg/m}$

$\tau = \text{Kg/cm}^2$

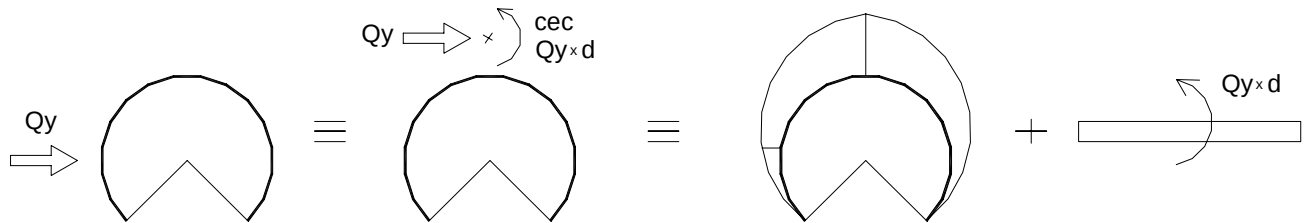
Para $\tau_{\max}$: $\frac{\partial \tau}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow \sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = 180^\circ$



sabe que:



por lo que el diagrama total de τ se obtiene de:



Cálculo del centro de esfuerzos cortantes (cec)

$$\partial M_t = \tau(eR\theta) \times R = eR^2 \times 1,24q \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos\theta \right) \partial\theta$$

$$M_t = 43,15q \int_{45}^{315} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos\theta \right) \partial\theta$$

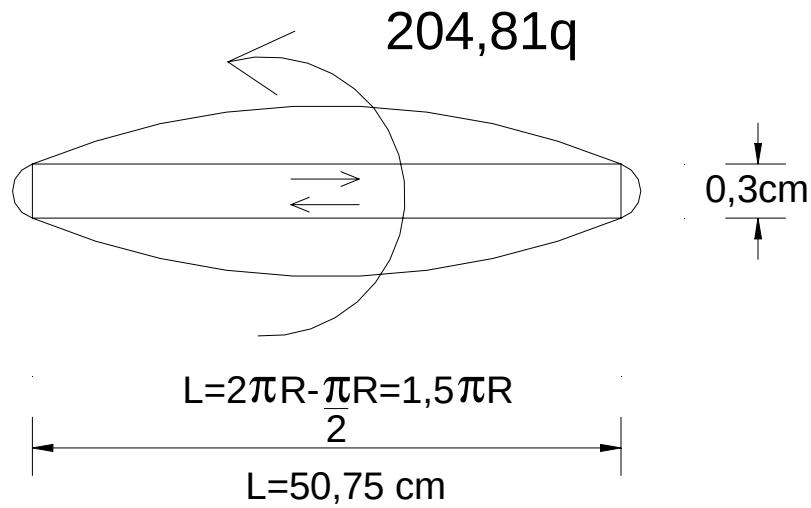
$$M_t = 43,15q \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{7\pi}{4} - \text{sen}315 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$M_t = 204,81 q$$

donde: q en Kg/m
 M en Kg-cm

$$\therefore Q_y \cdot d = M_t$$

$$d = \frac{204,81q}{11,475q} \Rightarrow d = 17,85 \text{ cm.}$$



$$W_t = \frac{1}{3}(0,3)^2 \times 50,75 = 1,52 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{204,81q}{1,52} = 134,74q$$

$$\text{b) } \tau_{\max \text{ total}} = 134,74q + 2,12q = 136,86q \leq 1500 \text{ Kg/cm}^2$$

$$q_{\tau} \leq 10,96 \text{ Kg/m}$$

$$\sigma_{\max} = 67,08q \leq 2600$$

$$q_{\sigma} \leq 38,7 \text{ Kg/m}$$

$$\therefore q \leq 10,96 \text{ Kg/m}$$

